۱) الف)

(۲)

$a_1 \times a q^9 = \frac{1}{2} \times 2^{9} = 2^8 = 256$

ب)

$\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{a_1 q^{16}}{a_1 q^{12}} = q^4 = 2^4 = 16$

ج)

$a_4 = a_1 q^3 = \frac{1}{2} \times 2^3 = 4$ $\quad \frac{256}{4} = 64$

د)

$a_n = 128 = a_1 \times q^{n-1}$, $a_1 = \frac{1}{2}$ $\quad 256 = q^{n-1}$ $\quad n-1 = 8$ $\quad n = 9$

۲) (۲)

$a_5 = a_1 q^4 = 12$

$a_8 = a_1 q^7 = 96$

$\frac{a_1 q^7}{a_1 q^4} = \frac{96}{12}$ $\quad q^3 = 8$ $\quad q = 2$ $\quad a_{10} = a_5 q^5 = 12 \times 32 = 384$

۳) (۲)

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243$

$\frac{x}{q^2} \times \frac{x}{q} \times x \times xq \times aq^2 = x^5 = 243$ $\quad x = 3 = a_3$ $\quad a_1 a_5 = a_3 a_3 = a_3^2 = 3 \times 3 = 9$

۴) (۲)

$4\sqrt{2} = 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2+\frac{1}{2}} = 2^{2/5}$

$2^a, 2^{2/5}, 2^b$

$\frac{2^{2/5}}{2^a} = \frac{2^b}{2^{2/5}}$ $\quad 2^5 = 2^{a+b}$, $a+b=5$, $b = 5-a$ $\quad \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2/5$

۵) (۱/۷۵)

$a_3 = a_1 q^2 = x-1$ $\quad a_7 = a_1 q^6 = x$ $\quad a_{11} = a_1 q^{10} = x+1$

$\frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 q^6}{a_1 q^2} = q^4 = \frac{x}{1-x}$ $\quad \frac{a_{11}}{a_7} = \frac{a_1 q^{10}}{a_1 q^6} = q^4 = \frac{x+1}{x}$

فقط $\frac{\sqrt{2}}{2}$ درسته

$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1-x}$ $\quad x^2 = (x+1)(1-x) \Rightarrow x^2 = 1 - x^2$ $\quad 2x^2 = 1$ $\quad x^2 = \frac{1}{2}$ $\quad x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

۶) (۲)

$a + aq^3 = 28$

$aq + aq^2 = 12$

$a(1+q^3) = 28$

$aq(1+q) = 12$

$\frac{aq(1+q)}{a(1+q^3)} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ $\quad 7 + 7q = 3 + 3q^3$

$3q^2 - 10q + 3 = 0$

$q = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}$ $\quad q = 3$ یا $q = \frac{1}{3}$

$q = 3 \longrightarrow a = \frac{12}{3(1+3)} = \frac{12}{12} = 1$ $\quad$ بزرگترین $= 27$

$q = \frac{1}{3} \longrightarrow a = \frac{12}{\frac{1}{3}(1+\frac{1}{3})} = \frac{12}{\frac{4}{9}} = 27$

۷) (۲)

$a + aq + aq^۲ = ۱۳$

$a(۱+q+q^۲) = ۱۳ \xrightarrow{a=\frac{۳}{q}} \frac{۳}{q}(۱+q+q^۲) = ۱۳$

$a \times aq \times aq^۲ = a^۳q^۳ = ۲۷$

$aq = ۳ \qquad a = \frac{۳}{q}$

$۳(۱+q+q^۲) = ۱۳q$

$۳ + ۳q + ۳q^۲ = ۱۳q$

$q = ۳ \to ۱, ۳, ۹ \to a = ۱$

$۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$

$q = \frac{۱۰ \pm ۸}{۶} \qquad q = ۳$ یا $q = \frac{۱}{۳}$

$q = \frac{۱}{۳} \to ۹, ۳, ۱ \to a = ۹$

۸) (۲)

$S_{۱۰} = a_۱\left(\frac{q^{۱۰}-۱}{q-۱}\right)$

$a_۱ = ۲ \quad q = ۳$

$S_{۱۰} = ۲ \times \left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right) = ۲\left(\frac{۵۹۰۴۹-۱}{۲}\right) = ۵۹۰۴۸$

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times \cdots \times a_{۱۰}$

$a_۱^{۱۰} \times q^{(۰+۱+۲+\cdots+۹)} = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

۹) (۲)

$b_n = a_{n+1} - a_n$

$a_۱q^n - a_۱q^{n-۱} = a_۱q^{n-۱}(q-۱)$ $\qquad q_{\text{اولیه}} = q_{\text{ثانویه}} \to$ هندسی است

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_۱q^n(q-۱)}{a_۱q^{n-۱}(q-۱)} = \frac{q^n}{q^{n-۱}} = q^{n-n+۱} = q^۱ = q$ $\Rightarrow$ قدرنسبت $= q$

۱۰) (۴) الف)

$a_۱ = a \qquad a_۲ = a+d \qquad a_۳ = a+۲d \quad \cdots \quad a_n = a+(n-۱)d$

$S_n = a + (a+d) + (a+۲d) + \cdots + a+(n-۱)d$

$S_n = (a+(n-۱)d) + (a+(n-۲)d) + \cdots + a$

$۲S_n = n(۲a+(n-۱)d) \qquad S_n = \frac{n}{۲}(۲a+(n-۱)d)$

ب)

$a_۱ = a \qquad a_۲ = aq \qquad a_۳ = aq^۲ \qquad a_n = aq^{n-۱}$

$S_n = a + aq + aq^۲ + \cdots + aq^{n-۱}$

$qS_n = aq + aq^۲ + \cdots + aq^n$

$(q-۱)S_n = aq^n - a = a(q^n-۱)$

$S_n = a\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right)$