شماره‌ی تکلیف: ۱۴ دختران دهم گروه A زهرا دهقانی

۱۹،۷۵

۱

الف) $a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots$ $\underset{\times ۲}{\curvearrowright}$ $\underset{\times ۲}{\curvearrowright}$

$a_n = aq^{n-۱}$

$a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱}$

$a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۹} = \boxed{۲۵۶}$

ص

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{\cancel{a}q^{۱۶}}{\cancel{a}q^{۱۲}} = \frac{q^{۱۶}}{q^{۱۲}} = q^{۴} = ۲^{۴} = \boxed{۱۶}$

ج) $a_{۴} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۳} = ۴$

$a_{۱۰} = ۲۵۶$

$P_n = \sqrt{(a_۱ \times a_n)^n}$

$\to \sqrt{a_{۴} \times a_{۱۰}} = \sqrt{۴ \times ۲۵۶}$

$= \sqrt{۱۰۲۴} = \boxed{۳۲}$

د) $a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = ۱۲۸ \to ۲^{-۱} \times ۲^{n-۱} = ۲^{۷}$

$۲^{n} \times ۲^{-۲} = ۲^{۷}$

$۲^{n} = ۲^{۷} \times ۲^{۲}$

$۲^{n} = ۲^{۹} \to \boxed{n = ۹}$

۲

$a_{۵} = aq^{۴} = ۱۲$

$a_{۸} = aq^{۷} = ۹۶$

$\frac{a_{۸}}{a_{۵}} = \frac{\cancel{a}q^{۷}}{aq^{۴}} = q^{۳} = \frac{۹۶}{۱۲} \to q^{۳} = ۸$

$q = ۲$

$a_{۵} = aq^{۴} = a \times (۲)^{۴} \Rightarrow \frac{۱۶a}{۱۶} = \frac{۱۲}{۱۶} \to a = \frac{۳}{۴}$

ص

$a_{۱۰} = aq^{۹} \to \frac{۳}{۴} \times (۲)^{۹} \Rightarrow \boxed{a_{۱۰} = ۳۸۴}$

MRNOTE

۳ الف)

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳$

$a_۱ \times (a_۱q)(a_۱q^۲)(a_۱q^۳)(a_۱q^۴) = ۲۴۳$

$a_۱^۵ \times q^{۱۰} = ۲۴۳$

$a_۳ = aq^۲ \Rightarrow (a_۱^۵ q^{۱۰})^{\frac{۱}{۵}} = (۲۴۳)^{\frac{۱}{۵}} = \sqrt[۵]{۲۴۳} \Rightarrow \boxed{a_۳ = ۳}$

ب)

$a_۱ \times a_۵ = ?$

$a_۱ \times a_۵ = a_۱^۲ \times q^۴$

$(a_۱q^۲)^۲ = a_۳ = ۳^۲ = ۹$

$a_۱ \times a_۵ = \boxed{۹}$

۲

۴

$b^۲ = ac$

$b = \frac{a+c}{۲}$

$(۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^b \times ۲^a$

$۳۲ = ۲^{b+a}$

$\boxed{۲^۵ = ۲^{b+a}} \to a+b = ۵$

$\boxed{\frac{b+a}{۲} = \frac{۵}{۲}}$

۲

۵

۱,۷۵

$a_۳ = ۱ - x$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱$

$b^۲ = ac$

$x^۲ = (۱ - x)(۱ + x)$

$x^۲ = ۱^۲ - x^۲$

$۲x^۲ = ۱ \to x^۲ = \frac{۱}{۲} \to x = \boxed{+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}, \boxed{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

فقط $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ درسته!

۶

$a_1 + a_4 = ۲۸ \to a_1 + aq^۳ = ۲۸$

$a_2 + a_3 = ۱۲ \to aq + aq^۲ = ۱۲ \to aq(۱+q) = ۱۲$

$\to a = \frac{۱۲}{q(۱+q)}$

$\boxed{۲}$

$\frac{۱۲}{q(۱+q)}(۱+q^۳) = ۲۸$

$۱+q^۳ = (۱+q)(۱-q+q^۲)$

$\frac{۱۲(۱+q)(۱-q+q^۲)}{q(۱+q)} = ۲۸$

$\frac{۱۲(۱-q+q^۲)}{q} = ۲۸ \qquad ۱۲(۱-q+q^۲) = ۲۸q$

$۱۲q^۲ - ۴۰q + ۱۲ = ۰ \to ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰$

$q = ۳ \qquad q = \frac{۱}{۳}$

اگر $q = ۳ \Rightarrow a = \frac{۱۲}{۳(۱+۳)} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱$

$\to ۱, ۳, ۹, \boxed{۲۷}$ بزرگترین

اگر $q = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a = \frac{۱۲}{\frac{۱}{۳}(۱+\frac{۱}{۳})} = \frac{۱۲}{\frac{۴}{۹}} = ۲$

$\to \boxed{۲۷}, ۹, ۳, ۱$ بزرگترین

بزرگترین $= \boxed{۲۷}$

$a + ar + ar^{۲} = ۱۳$

$a \times ar \times ar^{۲} = ۲۷ \rightarrow (ar)^{۳} = ۲۷ \rightarrow ar = ۳$ ✓

$a = \frac{۳}{r}$

۵

$\frac{۳}{r} + \frac{۳r}{r} + \frac{۳r^{۲}}{r} = ۱۳$

$\frac{۳ + ۳r + ۳r^{۲}}{r} = ۱۳ \longrightarrow ۱۳r = ۳ + ۳r + ۳r^{۲}$

$۳r^{۲} - ۱۰r + ۳ = ۰$

$r^{۲} - ۱۰r + ۹ = ۰$

$(r - \frac{۹}{۳})(r - \frac{۱}{۳})$

$r = ۳$ $\quad$ $r = \frac{۱}{۳}$

$ar = ۳ \rightarrow a = \frac{۳}{r} \xrightarrow{\text{اگر}} r = ۳ \longrightarrow a = \frac{۳}{۳} = ۱$

$\boxed{۱ \text{ ، } ۳ \text{ ، } ۹}$

$\xrightarrow{\text{اگر}} r = \frac{۱}{۳} \rightarrow a = \frac{۳}{\frac{۱}{۳}} = ۹$

$\boxed{۹ \text{ ، } ۳ \text{ ، } ۱}$

Scanned with CamScanner

DATE: SUB:

۸ الف) $a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots \quad q = ۳$

$\underset{\times ۳}{\rightarrow} \quad \underset{\times ۳}{\rightarrow}$

$S_{۱۰} = a\left(\frac{۱-q^n}{۱-q}\right) \to ۲\left(\frac{۱-۳^{۱۰}}{۱-۳}\right) \to ۲\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right)$

$\to \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\cancel{۲}}\right) \to ۳^{۱۰}-۱ = \boxed{۵۹۰۴۸}$ ۲

ب) $P_n = (a_۱ \times a_۲ \times \dots \times a_n) = a^n \times q^{\frac{n(n-۱)}{۲}}$

$P_{۱۰} = ۲^{۱۰} \times ۳^{\frac{۱۰\times۹}{۲}} = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

$\Rightarrow \boxed{P_{۱۰} = ۱۰۲۴ \times ۳^{۴۵}}$

---

۹ $a, aq, aq^۲, aq^۳, \dots$

$(aq-a), (aq^۲-aq), (aq^۳-aq^۲), \dots$

$aq-a = a(q-۱), \ aq^۲-aq = aq(q-۱), \dots$

$\frac{\text{جمله دوم}}{\text{جمله اول}} = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{aq(aq-۱)}{a(q-۱)} = q$ ۲

$\boxed{q = ۱}$

الف) اثبات $S_n = \frac{n}{۲}(۲a+(n-۱)d)$ ۱۰

$a, a+d, a+۲d, \ldots, a+(n-۱)d$

$S_n = a+(a+d)+(a+۲d)+\cdots+[a+(n-۱)d]$

$S_n = [a+(n-۱)d]+[a+(n-۲)d]+\cdots+a$

$$۲S_n = [۲a+(n-۱)d]+[۲a+(n-۱)d]+\cdots+[۲a+(n-۱)d]$$

$$\frac{۲S_n}{۲} = \frac{n[۲a+(n-۱)d]}{۲} \to \boxed{S_n = \frac{n}{۲}[۲a+(n-۱)d]}$$ ✓

ب) اثبات $S_n = a\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right)$

$a, ar, ar^۲, \ldots, ar^n$

$rS_n = ar+ar^۲+ar^۳+\cdots ar^n$

$S_n - rS_n = a-ar^n$

$$S_n(۱-r) = a(۱-r^n) \xrightarrow{\text{اگر}} r\neq ۱ \to \boxed{S_n = a\left(\frac{r^n-۱}{r-۱}\right)}$$ ✓