/ /

۱۹/۷۵

سارا عزیزی - تکلیف شماره ۱۴

① $a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \to a = \frac{۱}{۲}, r = ۲ \to a_n = ar^{n-1} = \frac{۱}{۲}\times ۲^{n-1}$

۴

الف) $a_n = \frac{۱}{۲}\times ۲^{۹} = ۲^{۸} = \boxed{۲۵۶}$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{a_{۱۳} r^{۴}}{a_{۱۳}} = r^{۴} = ۲^{۴} = \boxed{۱۶}$

ج) $a_{۷} = a_{۱۰}, a_{۴}$ واسطه $\to a_{۷} = \frac{۱}{۲}\times ۲^{۶} = ۲^{۵} = \boxed{۳۲}$

د) $\frac{۱}{۲}\times ۲^{n-1} = ۱۲۸ \to ۲^{n-1} = ۲^{۸} \to n-۱ = ۸ \to \boxed{n=۹}$

② $a_{۵} = ۱۲, a_{۸} = ۹۶ \to \frac{a_{۸}}{a_{۵}} = \frac{a_{۵} r^{۳}}{a_{۵}} = r^{۳} = \frac{۹۶}{۱۲} = ۸ \to r = ۲$

۴

$\to a_{۵} = ar^{۴} = a\times ۱۶ = ۱۲ \to a = \frac{۳}{۴} \to a_{۱۰} = ar^{۹} = \frac{۳}{۴}\times ۲^{۹} = ۳\times ۱۲۸ = \boxed{۳۸۴}$

③ الف) $a_{۱}\times a_{۲}\times a_{۳}\times a_{۴}\times a_{۵} = (a_{۳})^{۵} = ۲۴۳ \to \boxed{a_{۳} = ۳}$

۴

ب) $a_{۱}\times a_{۵} = a_{۳}\times a_{۳} = ۳\times ۳ = \boxed{۹}$

④ $۲^{a}, ۴\sqrt{۲}, ۲^{b} \to ۲^{a}, \sqrt{۳۲}, ۲^{b} \to ۲^{a}, ۲^{\frac{۵}{۲}}, ۲^{b} \to (۲^{\frac{۵}{۲}})^{۲} = ۲^{a}\times ۲^{b}$

۴

$\to ۲^{۵} = ۲^{a+b} \to a+b = ۵ \to \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = \boxed{۲/۵}$

⑤ $a_{۳} = ۱-n, a_{۷} = n, a_{۱۱} = n+۱ \to a_{۷} =$ $a_{۳}, a_{۱۱}$ واسطه

۳/۷۵

$\to n^{۲} = (۱-n)(۱+n) \to n^{۲} = ۱-n^{۲} \to ۲n^{۲} = ۱ \to n^{۲} = \frac{۱}{۲} \to \boxed{n = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}}}$

16

$a+ar^3=28 \to a(1+r^3)=28 \quad , ar+ar^2=12 \to ar(1+r)=12$

$\to \frac{a(1+r^3)}{ar(1+r)} = \frac{(1+r)(1+r^2-r)}{r(1+r)} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3} \to 3r^2-3r+3=7r \to 3r^2-10r+3=0$

$\to r=\frac{10\pm\sqrt{64}}{6} \to \frac{10+8}{6}=3=r$ یا $\frac{10-8}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=r$

$r=\frac{1}{3} \to \frac{3}{9}a+\frac{1}{9}a=\frac{4}{9}=12 \to a=27 \to \boxed{27},9,3,1$

$r=3 \to 3a+9a=12 \to a=1 \to 1,3,9,\boxed{27}$

17

$a_1+a_2+a_3=13 \to \frac{a_2}{r}+a_2+a_2r=13 \to \frac{3}{r}+3+3r=13, \; 3+3r+3r^2=13r$

$\to 3r^2-10r+3=0 \to r=\frac{10\pm\sqrt{100-36}}{6} \to r=\frac{1}{3} \to a_1=9, a_3=1$; $r=3 \to a_1=1, a_3=9$ $\Big\}$ $9,3,1$; $1,3,9$

$a_1\times a_2\times a_3=27 \to (a_2)^3=27 \to a_2=3$

18

الف) $S_{10}=2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right)=2\times\frac{3^{10}-1}{2}=3^{10}-1=\boxed{59048}$

ب) $P_{10}=\sqrt{(a_1a_{10})^{10}}=(a_1a_{10})^5=(2\times2\times3^9)^5=\boxed{2^{10}\times3^{45}}$

19

$a, aq, aq^2, aq^3, \ldots$

$aq-a=a(q-1)$

$aq^2-aq=aq(q-1) \quad \times q$

$aq^3-aq^2=aq^2(q-1) \quad \times q$

20

الف) $a, a+d, a+2d, \ldots, a+(n-1)d \to S_n=a+(a+d)+(a+2d)+\cdots+(a+(n-1)d)$

$\to 2S_n=\underbrace{(a+a+(n-1)d)}_{2a+(n-1)d}+\underbrace{(a+d+a+(n-2)d)}_{2a+(n-1)d}+\cdots+\underbrace{(a+(n-1)d+a)}_{2a+(n-1)d}$

$2S_n=n(2a+(n-1)d) \to S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$

ب) $S_n=a+aq+aq^2+\cdots+aq^{n-1}$

$qS_n=aq+aq^2+aq^3+\cdots+aq^n$ $\Big\}$ $S_n-qS_n=a-aq^n \to S_n(1-q)=a(1-q^n)$

$\to S_n=a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)=a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$