پرتو پرورش

$19/75$

کلاس: دهم ۸ دهم ۱۰: ۱۸ و ۲۰: ۱۶

۱) الف) $a = \frac{1}{2}$ $q = 2$ $a_{10} = aq^9 = \frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8 = 256$

$1/75$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = q^4 = 2^4$

ج) $a_4 \times a_{10} = a_7^2 \rightarrow$ واسطه $= a_7 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 2^5$

د) $128 = \frac{1}{2} \times 2^{n-1}$ $2^{n-1} = 256 = 2^8$ $n = 7$

$n-1=8$
$n=9$

$\frac{a_8}{a_5} = q^3 \longrightarrow \frac{96}{12} = 8 = 2^3 \Rightarrow q = 2$

$2$

$a_{10} = a_8 \times q^2 = 96 \times 4 = 384$

۳) الف) $a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_5 = P_5 = a_3^5 \Rightarrow a_3 = \sqrt[5]{P_5} = \sqrt[5]{243}$

$2$

ب) $a_1 \times a_5 = a_3^2 = \sqrt[5]{243}^2 =$

$2^a , \frac{4\sqrt{2}}{32} , 2^b \longrightarrow 2^a , \sqrt{2^5} , 2^b$ $2^a \times 2^b = 2^5$

$a + b = 5$ واسطه حسابی $= \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2}$

$2$

۵) $a_3 = 1 - x$ $a_7 = x$ $a_{11} = x + 1$

$a_3 \times a_{11} = a_7 \times a_7 \Rightarrow (1-x)(1+x) = x^2$ $1^2 - x^2 = x^2$

$2x^2 = 1$ $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$1/75$

فقط $\frac{\sqrt{2}}{2}$ درسته

$$\left.\begin{array}{l} a_1 + a_4 = ۲۸ \\ a_2 + a_3 = ۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow S_4 = ۴۰ = a_1\left(\frac{q^4 - 1}{q-1}\right)$$

$$a_1 q + a_1 q^2 = ۱۲ \longrightarrow a = \frac{۱۲}{q(1+q)}$$

$$\Rightarrow ۴۰ = \frac{۱۲}{q(q+1)} \times \frac{(q^2+1)(\cancel{q-1})(\cancel{q+1})}{(q-1)}$$

$$۴۰q = ۱۲q^2 + ۱۲ \longrightarrow ۳q^2 + ۳ - ۱۰q = ۰$$

$$\begin{cases} q = ۳ \longrightarrow a = ۱ & ۱ ، ۳ ، ۹ ، ۲۷ \\ q = \frac{1}{۳} \longrightarrow a = ۲۷ & ۲۷ ، ۹ ، ۳ ، ۱ \end{cases} \longrightarrow \boxed{۲۷}$$

ص

۶

---

$$a_1 + a_2 + a_3 = ۱۳$$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = ۲۷$$

$$\frac{x}{q} + x + qx$$

$$\frac{x}{\cancel{q}} \cdot x \cdot \cancel{q}x = x^3 \rightarrow x = ۳ , \quad \frac{۳}{q} + ۳q = ۱۰$$

$$۳ + ۳q^2 - ۱۰q = ۰$$

$$\begin{cases} q = ۳ \quad \dots & ۱ ، ۳ ، ۹ \\ q = \frac{1}{۳} & ۹ ، ۳ ، ۱ \end{cases}$$

ص

---

الف) $q = ۳ \quad a = ۲$

$$S_{10} = ۲\left(\frac{۳^{10} - ۱}{۳ - ۱}\right) = ۳^{10} - ۱$$

ب) $a_{10} = ۲ \times ۳^9$

$$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n} \qquad P_{10} = \sqrt{(۴ \times ۳^9)^{10}} = (۴ \times ۳^9)^5$$

ص

---

$$a_2 - a_1 = aq - a = a(q-1)$$

$$a_3 - a_2 = aq^2 - aq = aq(q-1)$$

$$a_4 - a_3 = aq^3 - aq^2 = aq^2(q-1)$$

$$a_n - a_{n-1} = aq^{n-1} - aq^{n-2} = aq^{n-2}(q-1)$$

$\times q$, $\times q$

ص

---

الف)

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = S_n$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + ۲d + \dots + a_1 + (n-1)d =$$

$$na_1 + \underbrace{d + ۲d + ۳d + \dots + (n-1)d}_{d(1 + ۲ + \dots + n-1) \rightarrow \frac{(n-1)n}{۲}} =$$

$$na_1 + \frac{(n-1)n}{۲} d = \frac{n}{۲}\left[۲a + (n-1)d\right] = S_n$$

حکم

ب)

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n \Rightarrow$$

$$\left[S_n = a_1 + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}\right] \times q$$

$$S_n \times q = \underbrace{a_1 q}_{a_2} + \underbrace{aq^2}_{a_3} + aq^3 + \dots + aq^n$$

$$\underbrace{a_2 + a_3 + \dots + a_n}_{S_n - a} + aq^n$$

$$S_n q = S_n - a_1 + aq^n \longrightarrow S_n(q-1) = a_1(q^n - 1) \rightarrow \text{حکم}$$

ص

۱۰