۱ –

الف)

$t_n = 5, 9, 13, 17, \dots$ (اختلاف‌ها: $4, 4, 4$)

$t_n = (n-1)d \leftarrow t_n = a_1 + (n-1)4 \leftarrow t_n = 5 + 4n - 4 \leftarrow$ $\boxed{t_n = 4n+1}$

ب)

$t_n = 4n+1 \rightarrow 41$

۲ –

الف)

$t_n = 6, 10, 14, 18, \dots$ (اختلاف‌ها: $4, 4$) $\rightarrow t_n = 4n+2$

جمله اول = ۶

جمله ۱۰ = ۴۲ $\leftarrow S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$S_{10} = \frac{10}{2}(42+6) = 240 \rightarrow S_{10} = 240$

ب) ۴ جمله هستند آخرین عددش $n_2 = 32$ و اولیش $n_1 = 29$

$t_{29} = 29 \times 4 + 2 = 116 + 2 = 118$

$t_{32} = 32 \times 4 + 2 = 128 + 2 = 130 \rightarrow \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow \frac{4}{2}(118 + 130) = 496$

۳ –

$1+\sqrt{3},\ 2,\ 3-\sqrt{3}$ (اختلاف‌ها: $1-\sqrt{3},\ 1-\sqrt{3}$) $\rightarrow (1+\sqrt{3}) + (n-1)(1-\sqrt{3})$

$1+\sqrt{3} + n - \sqrt{3}n - 1 + \sqrt{3} = n(1-\sqrt{3}) + 2\sqrt{3}$

$t_n = n(1-\sqrt{3}) + 2\sqrt{3}$

$t_{23} = 23(1-\sqrt{3}) + 2\sqrt{3} = 23 - 23\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 23 - 21\sqrt{3}$

$t_{25} = 25(1-\sqrt{3}) + 2\sqrt{3} = 25 - 25\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 25 - 23\sqrt{3} \rightarrow \boxed{2 - 2\sqrt{3}}$

۴ –

الف)

$a_n = 5^{2x},\ 3 \times 25^{x},\ 5^{6}$ (اختلاف‌ها: $+2\times5^{2x},\ +2\times5^{2x}$)

$3\times5^{2x} - 5^{2x} = 2\times5^{2x}$

$\rightarrow 3\times5^{2x} + 2\times5^{2x} = 3\times5^{2x} + 2\times5^{2x} = 5^{1}\times5^{2x} \rightarrow 5^{2x+1} = 6$

$(2x+1)x = 2x^2 + x$

ب)

$b_n = x, 2, y \longrightarrow 2\times2 = x+y \rightarrow x+y = 4 \rightarrow y = -x+4$

$x \times y = x \times (4-x) = 4x - x^2$

۵ –

$(2x-4) + (6x) = 2\times(2x-1)$

$8x - 4 = 4x - 2 \longrightarrow -3,\ 0,\ +3 \longrightarrow 6$ (اختلاف‌ها: $+3, +3, +3$)

$8x - 4x = +2$

$4x = +2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

۶ ـ ۷ تا مشترک

$a_n = ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱، \dots \quad ۲n+۱$

$b_n = ۲، ۵، ۸، ۱۱ \quad ۳n-۱$ → ۵، ۱۱، … $\xrightarrow{۶}$ → ۶n − ۱

$a_{۲۰} = ۴۱$

$b_{۲۰} = ۵۹$ → ۶n − ۱ ≤ ۴۱ → ۶n ≤ ۴۲ → n = ۴۲/۶ = ۷

۷ـ

$a_1 + a_2 + a_3 = ۲۱ \rightarrow a_1 + (a_1+d) + (a_1+۲d) = ۳a_1 + ۳d = ۲۱ \Rightarrow a_1 + d = ۷ \quad (۱)$

$a_1 + a_3 + a_5 = ۱۰۵ \rightarrow a_1 + (a_1+۲d) + (a_1+۴d) = ۳a_1 + ۶d = ۱۰۵$

$a_1 + ۲d = ۳۵ \quad (۲)$

دستگاه →

$a_1 + d = ۷$

$a_1 + ۲d = ۳۵ \rightarrow -a_1 - d = -۷$

$d = ۲۸$; $a = ۷ - ۲۸ = -۲۱$ → $\frac{-۲۱، ۵۶ \quad +۲۱ - ۲۸ \quad -۲۱}{-۲۱} = \frac{۷}{-۲۱} = -\frac{۱}{۳}$

۸ـ

$a_1 + a_2 + a_3 = ۱۵$

$a_4 + a_5 = ۲۵$ → $a_1 + a_1 + d + a_1 + ۲d = ۱۵$

$۳a_1 + ۳d = ۱۵ \rightarrow a_1 + d = ۵$

→ $a_1 + ۳d + a_1 + ۴d = ۲۵$

$۲a_1 + ۷d = ۲۵$

$a = ۵ - d$ →

$۲(۵ - d) + ۷d = ۲۵$

$۱۰ - ۲d + ۷d = ۲۵$

$۱۰ + ۵d = ۲۵ \rightarrow ۵d = ۱۵ \rightarrow d = ۳ \quad ، \quad a = ۲$

$a_1 + (۱۰ - ۱)d \Rightarrow ۲ + (۹)۳ = ۲۹$

۹ـ

$\frac{۹}{۲}[a_9 + a_1] = \frac{۳}{۲}[۹ \times a_1 + a_3]$

$a_9 + a_1 = ۳(a_1 + a_3)$

→ $a_1 + (a_1 + ۸d) = ۳[a_1 + (a_1 + ۲d)] \rightarrow ۲a_1 + ۸d = ۶a_1 + ۶d$

$۲d = ۴a_1 \rightarrow d = ۲a_1$

→ $a_{۲۰} \Rightarrow a_1 + ۱۹d \Rightarrow a_1 + ۱۹(۲a_1) = ۳۹a_1$

$a_7 = a_1 + ۶d = a_1 + ۶(۲a_1) = ۱۳a_1$

$\frac{۳۹a_1}{۱۳a_1} = ۳$

۱۰-

$$\frac{35-11}{7-1}=\frac{24}{6}=+4 \rightarrow 11 \text{ و } 15 \text{ و } 19 \text{ و } \boxed{23}$$

جمله‌ی اول

جمله ۴ / جمله ۲ در ... دنباله $\rightarrow d \cdot 3 + 38 = 23$

$d = -5$ (منفی ۵)

تعداد واسطه‌های بین $= x \rightarrow \dfrac{+13-38}{1+x} = -5 \rightarrow -25 = -5 - 5x$

$-25 + 5 = -5x \rightarrow -20 = -5x$

$\boxed{x = +4}$

۴ واسطه می‌توانیم بنویسیم.

۱۳ و ۱۸ و ۲۳ و ۲۸ و ۳۳ و ۳۸

۴ ۳ ۲ ۱