نام: ستا فامیلی ۲۰ دهم جمعه ها

تکلیف: ۱۲

۱- ۲

الف) $t_n = ۴n+۱$ (۴ از قدر نسبت به دست آمده)

ب) $t_{۱۰} = ۴\times۱۰+۱ = ۴۱$

۲- ۳

الف) $S_n = \frac{n}{۲}(a_1+a_n) \to \overset{۵}{\cancel{\frac{۱۰}{۲}}}(\overset{۴۸}{\cancel{۶+۴۲}}) = ۲۴۰$

$t_n = ۴n+۲ \to t_{۱۰} = ۴۰+۲ = ۴۲$

ب) $۴\times۸ = ۳۲ \to$ جملات: $۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲$

$S_{۲۸} = (۶+۱۱۴)\times۱۴ = ۱۶۸۰$ $S_{۳۲} = (۶+۱۳۰)\times۱۶ = ۲۱۷۶$

$t_{۲۸} = ۴\times۲۸+۲ = ۱۱۴$ $t_{۳۲} = ۴\times۳۲+۲ = ۱۳۰$

$۲۱۷۶ - ۱۶۸۰ = ۴۹۶$

۳- ۳

$t_n = (۱-\sqrt{۳})n + ۲\sqrt{۳}$

$d = ۲-(۱+\sqrt{۳}) = ۱-\sqrt{۳}$

$t_{۲۵} = ۲۵(۱-\sqrt{۳}) + ۲\sqrt{۳} = ۲۵ - ۲۵\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳}$

$t_{۲۳} = ۲۳(۱-\sqrt{۳}) + ۲\sqrt{۳} = ۲۳ - ۲۳\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۲۳ - ۲۱\sqrt{۳}$

$t_{۲۵} - t_{۲۳} = ۲۵ - ۲۳\sqrt{۳} - ۲۳ + ۲۱\sqrt{۳} = ۲ - ۲\sqrt{۳}$

(می توانستیم از همان ابتدا بگوئیم جمله ی ۲۵ ام با ۲۳ ام ۲d فاصله دارد پس $۲\times(۱-\sqrt{۳})$ پاسخ است)

۴- ۳

$*۵^{۲x} = ۲۵^x \to \frac{۵^y+۲۵^x}{۲} = ۳\times۲۵^x \to ۵^y + ۲۵^x = ۶\times۲۵^x \to ۶\times۲۵^x - ۲۵^x = ۵^y \to ۲۵^x(\underset{۵}{\cancel{۶-۱}}) = ۵^y$

$\to ۵^{۲x}\times۵ = ۵^y \to ۲x+۱ = y \xrightarrow{حدس} x=۱ \quad y=۳ \to xy = ۳\times۱ = \boxed{۳}$

$۵^۲ , ۵^۲\times۳ , ۵^۳ \to ۲۵, ۷۵, ۱۲۵$

از دنباله ۲ ← $\begin{cases} x+y=۴ \\ ۲x+۱=y \end{cases} \to y=۳ , x=۱$

۵- ۲

$\frac{۶x+۲x-۴}{۲} = ۲x-۱ \to ۸x-۴ = ۴x-۲ \to ۴x = ۲ \to x = \frac{۱}{۲}$

$t_n = -۳, ۰, ۳ \to t_n = ۳n-۶ \to t_۴ = ۳\times۴-۶ = ۶$

۶- ۳

$b_n = ۲, \underset{+۳}{\overset{۳n-۱}{\curvearrowright}} ۵, ۸$ $a_n = ۳, \underset{+۲}{\overset{۲n+۳}{\curvearrowright}} ۵, ۷$

ک.م.م. d ها $= ۶$

۵, ۱۱ دنباله مشترک $t_n = ۶n-۱$

$\to ۶n-۱ \leqslant ۴۳$

$۶n \leqslant ۴۴$

$n \leqslant \frac{۴۴}{۶}$ $n \leqslant ۷/\overline{۳} \to$ ۷ جمله مشترک

$a_{۲۰} = ۲\times۲۰+۳ = ۴۳$

$b_{۲۰} = ۳\times۲۰-۱ = ۵۹$ $\Rightarrow ۴۳ < ۵۹$

۷- ۴

$a_1 + \underbrace{a_1+d}_{a_۲} + \underbrace{a_1+۲d}_{a_۳} = ۲۱ \to ۳a_1 + ۳d = ۲۱ \to \overset{-۲۱}{\cancel{a_1}} + \overset{۲۸}{\cancel{d}} = ۷$

$a_1 + \underbrace{a_1+۲d}_{a_۳} + \underbrace{a_1+۴d}_{a_۵} = ۱۰۵ \to ۳a_1 + ۶d = ۱۰۵ \Rightarrow \begin{cases} ۳a_1+۳d = ۲۱ \\ ۳a_1+۶d = ۱۰۵ \end{cases} \Rightarrow ۳d = ۸۴ \to d = ۲۸$

$a_۳ - a_۲ + a_1 = a_1 + ۲d - a_1 - d + a_1 = a_1 + d \Rightarrow \frac{a_۳ - a_۲ + a_1}{a_1} = \frac{a_1+d}{a_1} = \frac{۷}{-۲۱} = -\frac{۱}{۳}$

۸-

$a-۲d+a-d+a+a+d+a+۲d=۴۰ \to ۵a=۴۰ \to a=۸$

$۳a-۳d=۱۵ \to ۲۴-۹=۱۵ \to \boxed{d=۳}$

$۲,۵,۸,۱۱,\dots \to t_n=۳n-۱ \to t_{۱۰}=۳۰-۱=\boxed{۲۹}$

۹-

$\frac{۹}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)=\frac{۳}{۲}\times ۹(۲a_۱+(n-۱)d)$

$\frac{۹}{۲}(۲a_۱+۸d)=\frac{۲۷}{۲}(۲a_۱+۲d) \to ۹(۲a_۱+۸d)=۲۷(۲a_۱+۲d) \to ۱۸a_۱+۷۲d=۵۴a_۱+۵۴d$

$\to ۳۶a_۱=۱۸d \to ۲a_۱=d \to \frac{a_{۲۰}}{a_۷}=\frac{a_۱+۱۹d}{a_۱+۶d}=\frac{a_۱+۳۸a_۱}{a_۱+۱۲a_۱}=\frac{۳۹a_۱}{۱۳a_۱}=\boxed{۳}$

۱۰-

$۷-۱=۶ \to ۶d=۳۵-۱۱=۲۴ \to \boxed{d=۴}$

$\to ۱۱,۱۵,۱۹,\underline{۲۳}$

$\to ۳۸,\dots,۱۳ \to \frac{۱۳-۳۸}{n+۱}=-۵ \to n+۱=۵ \to \boxed{n=۴} \to$ ۴ جمله درج باید شود

$۲۳-۳۸=-۱۵ \to ۳d=-۱۵ \to d=-۵$