نام و نام خانوادگی .....[illegible]..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ....۱۰.... کلاس ....[illegible]....

۱

الف) $t_n = 3n^2 - 1$: جواب آخر = $t_n = 2, 11, 26, 47, 74, \dots$

$t_1 = \underbrace{3(1)^2}_{3} - 1 = 2$, $t_2 = \underbrace{3(2)^2}_{12} - 1 = 11$, $t_3 = \underbrace{3(3)^2}_{27} - 1 = 26$, $t_4 = \underbrace{3(4)^2}_{48} - 1 = 47$, $t_5 = \underbrace{3(5)^2}_{75} - 1 = 74$

ب) $\frac{2n+1}{n+4}$: جواب آخر = $t_n = \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, 1, \frac{9}{8}, \frac{11}{9}, \dots$

$t_1 = \frac{2(1)+1}{1+4} = \frac{3}{5}$, $t_2 = \frac{2(2)+1}{2+4} = \frac{5}{6}$, $t_3 = \frac{2(3)+1}{3+4} = \frac{7}{7} = 1$, $t_4 = \frac{2(4)+1}{4+4} = \frac{9}{8}$, $t_5 = \frac{2(5)+1}{5+4} = \frac{11}{9}$

۲

الف) $t_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}} \Rightarrow t_{13} = \frac{(-1)^{13}}{\sqrt{13+3}} = \frac{-1}{\sqrt{16}} = \frac{-1}{|4|} = \frac{-1}{4}$

ب) $t_n = 2n - \left[\frac{n}{4}\right] \Rightarrow t_{13} = \underbrace{2(13)}_{26} - \underbrace{\left[\frac{13}{4}\right]}_{3,2\dots=3} = 26 - 3 = 23$

۳

جمله‌های منفی:

الف) $t_n = 2n - 10 = 2(n-5)$ $\quad -\ 5\ +$ $\Rightarrow n = (1,2,3,4) \Rightarrow$ ۴ جمله (آن‌ها باید صفر شود، منفی نیست)

$n \in \mathbb{N}$

ب) $t_n = n^2 - 14n + 40 = (n-4)(n-10)$ $\quad +\ 4\ -\ 10\ +$ $\Rightarrow n = (5,6,7,8,9) \Rightarrow$ ۵ جمله

* n نمی‌تواند ۴ و ۱۰ باشد چون حاصل صفر می‌شود.

تعداد جملات = $(9-5)+1 = 5$

$n \in \mathbb{N}$

۴

جمله‌های نامثبت:

الف) $t_n = 2n - 16 = 2(n-8)$ $\quad -\ 8\ +$ $\Rightarrow n = (1,2,3,4,5,6,7,8) \Rightarrow$ ۸ جمله

$n \in \mathbb{N}$ $\quad$ تعداد جملات $[(8-1)+1 = 8]$

* n نمی‌تواند ۸ باشد چون جمله‌های نامثبت شامل صفر نیز می‌شوند.

ب) $t_n = n^2 - 12n + 27 = (n-9)(n-3)$ $\quad +\ 3\ -\ 9\ +$ $\Rightarrow n = (3,4,5,6,7,8,9) \Rightarrow$ ۷ جمله

$n \in \mathbb{N}$ $\quad$ تعداد جملات $[(9-3)+1 = 7]$

۵

$\begin{cases} t_4 = 7 \\ t_9 = 22 \end{cases}$ $\quad \frac{15}{5} = 3 = d$, $t_3 = t_4 - d = 7 - 3 = 4$ $\quad (t_3 = ?)$

راه ۱ :

$\begin{cases} (t_1 + 3d = 7)^- \rightarrow -3d = -7 \\ t_1 + 8d = 22 \end{cases}$ $\Rightarrow 5d = 15 = d = 3$

$t_1 + 3(3) = 7 \Rightarrow t_1 = -2$

$t_3 = t_1 + 2d = (-2) + \underbrace{3(3)}_{6} = 4$

راه ۲ :

۶

کمترین جمله:

* با فرض درجه دو بودن می‌توان نقطه (ext) را بدست آورد. نقطه اکسترمم در Min ها کوچکترین مقدار است.

Min(a>1)

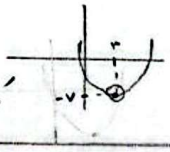
الف) $t_n = n^2 - 6n + 2$

$(1 - 6(3) + 2 = -7)$

$ext = \left| \frac{-b}{2a} \right. \Rightarrow \left| \frac{6}{2} = 3 \right.$

جانشانی

$\boxed{-7}$ → کمترین جمله



۷

Min(a>0)

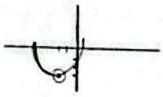
ب) $t_n = n^2 + 4n + 1$ → جانشانی

$(4 - 8 + 1 = -3)$

$ext = \left| \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2 \right.$

$\boxed{-3}$ → از راه جانشانی

کمترین جمله



۷

$t_n = -4, -7, -8, -7, -4, \ldots$

$-3 \quad -1 \quad +1 \quad +3$

$2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$

$t_0 = 1$

$2a = 2$

$a = 1$

$c = 1$

درجه ۲ : $an^2 + bn + c$ $\quad (t_{10} = ?)$

جمله عمومی : $n^2 - 6n + 1$

$t_1 = -4 = an^2 + bn + c \Rightarrow -4 = \frac{1 + b + 1}{2 + b} \Rightarrow b = -6$

$t_{10} = 10^2 - 6(10) + 1 = 41$

۸

$t_n = -6, -1, 8, 21, \ldots$

$5 \quad 9 \quad 13$

$+4 \quad +4$

$2a = 4 \Rightarrow a = 2$

$t_0 \to -7 \Rightarrow c = -7$

$t_1 = 2(1)^2 + b - 7 = -6 \Rightarrow b = -6 + 7 - 2 \Rightarrow b = -1$

« جمله عمومی : $2n^2 - b - 7$ »

* اگر دو درجه ۲ می‌باشد. ← $t_n = an^2 + bn + c$

۹

$(-\infty, a+4] \cap [2a+1, +\infty) =$ تهی

← یا یکی منفی باشد یا $2a+1$ بزرگتر باشد در نتیجه

$a + 4 \leq 2a + 1 \Rightarrow \boxed{3 \leq a}$ ← حدود $a = [3, +\infty)$

حدود $a = ?$

۱۰

الف) $\left[\frac{100}{3}\right] = 33$

← $33, \ldots$

ب) $\left[\frac{100}{5}\right] = 20$

← 20

ج) $\boxed{(و) = \text{اشتراک} \Rightarrow 15 = \text{اشتراک } 3 \text{ و } 5}$ $\Rightarrow \left[\frac{100}{15}\right] = 6$

← $6,6$

د) (یا) = اجتماع $\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$