۱۹/۵

نام و نام خانوادگی ......[illegible]......   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱.. کلاس ...[illegible]...

۱

الف) $t_n = 3n^2 - 1$: جواب آخر $= t_n = 2, 11, 26, 47, 74, \dots$

$t_1 = \underbrace{3(1)^2}_{3} - 1 = 2$, $t_2 = \underbrace{3(2)^2}_{12} - 1 = 11$, $t_3 = \underbrace{3(3)^2}_{27} - 1 = 26$, $t_4 = \underbrace{3(4)^2}_{48} - 1 = 47$, $t_5 = \underbrace{3(5)^2}_{75} - 1 = 74$

ب) $\frac{2n+1}{n+4}$: جواب آخر $= t_n = \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, 1, \frac{9}{8}, \frac{11}{9}, \dots$

$t_1 = \frac{2(1)+1}{1+4} = \frac{3}{5}$, $t_2 = \frac{2(2)+1}{2+4} = \frac{5}{6}$, $t_3 = \frac{2(3)+1}{3+4} = \frac{7}{7} = 1$, $t_4 = \frac{2(4)+1}{4+4} = \frac{9}{8}$, $t_5 = \frac{2(5)+1}{5+4} = \frac{11}{9}$

۵

۲

الف) $t_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}} \Rightarrow t_{13} = \frac{(-1)^{13}}{\sqrt{13+3}} = \frac{-1}{\sqrt{16}} = \frac{-1}{|4|} = \frac{-1}{4}$

ب) $t_n = 2n - [\frac{n}{4}] \Rightarrow t_{13} = \underbrace{2(13)}_{26} - \underbrace{[\frac{13}{4}]}_{3/25 = 3} = 26 - 3 = 23$

۲

۳

جمله‌های منفی:

الف) $t_n = 2n - 10 = 2(n-5)$ $\quad \begin{array}{c|c} & 5 \\ - & + \end{array}$ $\Rightarrow n = (1, 2, 3, 4) \Rightarrow$ ۴ جمله (۵امین جمله صفر می‌شود، منفی نیست)

$n \in \mathbb{N}$

ب) $t_n = n^2 - 14n + 40 = (n-4)(n-10)$ $\quad \begin{array}{c|c|c} & 4 & 10 \\ + & - & + \end{array}$ $\Rightarrow n = (5, 6, 7, 8, 9) \Rightarrow$ ۵ جمله

* n نمی‌تواند ۱۰ و ۴ باشد چون حاصل صفر می‌شود.   تعداد جملات: $(9-5)+1 = 5$

$n \in \mathbb{N}$

۳

۴

جمله‌های نامثبت:

الف) $t_n = 2n - 16 = 2(n-8)$ $\quad \begin{array}{c|c} & 8 \\ - & + \end{array}$ $\Rightarrow n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \Rightarrow$ ۸ جمله

$n \in \mathbb{N}$ $\quad [(8-1)+1 = 8]$ تعداد جملات

* n می‌تواند ۸ باشد چون جمله‌های نامثبت شامل صفر نیز می‌شوند.

ب) $t_n = n^2 - 12n + 27 = (n-9)(n-3)$ $\quad \begin{array}{c|c|c} & 3 & 9 \\ + & - & + \end{array}$ $\Rightarrow n = (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) \Rightarrow$ ۷ جمله

$n \in \mathbb{N}$ $\quad [(9-3)+1 = 7]$ تعداد جملات

۴

۵

$\left.\begin{array}{l} t_4 = 7 \\ t_9 = 22 \end{array}\right) 15$ $\quad \frac{15}{5} = 3 = d$, $t_3 = t_4 - d = 7 - 3 = 4$ $\quad (t_3 = ?)$

راه ۱:

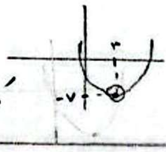
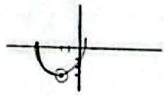
$\begin{cases} (t_1 + 3d = 7)^{-} \to -3d = -7 \\ t_1 + 8d = 22 \end{cases} \Rightarrow 5d = 15 \Rightarrow d = 3$

$t_1 + 3(3) = 7 \Rightarrow t_1 = -2$

$t_3 = t_1 + 2d = (-2) + \underbrace{2(3)}_{6} = 4$

راه ۲:

۳

کمترین جمله: * باطر درجه دو بودن میتوان نقطه (ext) را بدست آورد. نقطه اکسترمم در Min ها کوچکترین مقدار است * Min (a>1) الف) $t_n = n^2 - 6n + 2$ $9 - 6(3) + 2 = -7$ $ext = \left\| \frac{-b}{2a} \right. \Rightarrow \left\| \frac{6}{2} = 3 \right.$, $\boxed{-7}$ → کمترین جمله ← جایگذاری 	۶
Min (a>0) ب) $t_n = n^2 + 4n + 1$ $(4 - 8 + 1 = -3)$ → جایگذاری $ext = \left\| \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2 \right.$ $\cancel{\boxed{-3}}$ → از راه جایگذاری ← کمترین جمله $n \geq 1$ جمله اول = کمترین جمله  ۱٫۵	
$t_n = -4, -7, -8, -7, -4, \dots$ درجه ۲ : $an^2 + bn + c$ $(t_{10} = ?)$ $(t_0 = 1)$ -5, -3, -1, $+1$, $+3$ 2, 2, 2, $2 \rightsquigarrow 2a = 2$ ① $(a = 1)$ ② $(c = 1)$ (جمله عمومی : $n^2 - 6n + 1$) ③ $t_1 = -4 = an^2 + bn + c \Rightarrow -4 = \underbrace{1 + b + 1}_{2+b} \Rightarrow (b = -6)$ $t_{10} = 10^2 \underbrace{-6(10)}_{-60} + 1 = 41$ ۲	۷
* اگر درجه ۲ می باشد. ← $t_n = an^2 + bn + c$ $t_n = -6, -1, 8, 21, \dots$ 1, 5, 9, 13 4, $+4$, $+4 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$ $t_0 \rightarrow -7 \Rightarrow c = -7$ $t_1 = \underbrace{2(1)^2}_{2} + b - 7 = -6 \Rightarrow b = -6 + 7 - 2 \Rightarrow b = -1$ « جمله عمومی : $2n^2 - n - 7$ » ۲	۸
$(-\infty, a+4] \cap [2a+1, +\infty) =$ تهی حدود a = ؟ ← باید یک عدد باشد یا $2a+1$ بزرگتر باشد از بقیه $a + 4 \leq 2a + 1 \Rightarrow \boxed{3 \leq a} \rightsquigarrow$ حدود a $= [3, +\infty)$ ۲	۹
الف) $\left[\frac{100}{3}\right] = 33$ ← $33, \dots$ ۲	۱۰
ب) $\left[\frac{100}{5}\right] = 20$ ← 20	
ج) (د) = مشترک ، مشترک ۳ و ۵ => ۱۵ $\Rightarrow \left[\frac{100}{15}\right] = 6$ ← $6, 6$	
د) (ب) = اجتماع $\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$	