۱۴۰۴/۷/۱۷ تکلیف ریاضی

۱) الف) $t_n = 3n^2 - 1$

$t_1 = 3(1)^2 - 1 = 3 - 1 = \boxed{2}$, $t_2 = 3(2)^2 - 1 = 12 - 1 = \boxed{11}$, $t_3 = 3(3)^2 - 1 = 27 - 1 = \boxed{26}$, $t_4 = 3(4)^2 - 1 = 48 - 1 = \boxed{47}$, $t_5 = 3(5)^2 - 1 = 75 - 1 = \boxed{74}$

ب) $t_n = \frac{2n+1}{n+4}$

$t_1 = \frac{2(1)+1}{1+4} = \boxed{\frac{3}{5}}$, $t_2 = \frac{2(2)+1}{2+4} = \boxed{\frac{5}{6}}$, $t_3 = \frac{2(3)+1}{3+4} = \boxed{\frac{7}{7} = 1}$, $t_4 = \frac{2(4)+1}{4+4} = \boxed{\frac{9}{8}}$, $t_5 = \frac{2(5)+1}{5+4} = \boxed{\frac{11}{9}}$

---

۲) الف) $t_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+3}} \Rightarrow t_{13} = \frac{(-1)^{13}}{\sqrt{13+3}} = \frac{-1}{\sqrt{16}} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{t_{13} = -\frac{1}{4}}$

ب) $t_n = 2n - \left[\frac{n}{4}\right] \Rightarrow t_{13} = 2(13) - \left[\frac{13}{4}\right] \Rightarrow 26 - 12 = 14 \Rightarrow \boxed{t_{13} = 14}$

$\left[3\frac{1}{4}\right]$

---

۳) الف) $t_n = 2n - 10$

$2n - 10 < 0 \Rightarrow 2(n-5) < 0$, $1 \leq n \leq 4$ → ۴ جمله منفی دارد از جمله اول تا جمله چهارم.

تعداد جمله‌ها $= (4-1)+1 = 4$

ب) $t_n = n^2 - 14n + 40$

$n^2 - 14n + 40 < 0$, $(n-4)(n-10) < 0$; 4 , 10 : $+ \; - \; +$; $5 \leq n \leq 9$

۵ جمله منفی دارد از جمله پنجم تا نهم این دنباله منفی است.

تعداد جمله‌ها $= (5-1)+1 = \textcircled{5}$

---

۴) الف) $t_n = 2n - 16 \Rightarrow 2n - 16 \leq 0 \Rightarrow 2(n-8) \leq 0$; 8 : $- \; +$

۸ جمله نامثبت دارد از جمله اول تا هشتم

$1 \leq n \leq 8$ تعداد جمله $= (8-1)+1 = \textcircled{8}$

ب) $t_n = n^2 - 12n + 27 = (n-3)(n-9) \leq 0 \Rightarrow$; 3 , 9 : $+ \; - \; +$

۷ جمله نامثبت دارد از جمله سوم تا نهم دنباله نامثبت است.

$3 \leq n \leq 9$ تعداد جمله $(7-1)+1 = \textcircled{7}$

---

۵) فرم دنباله خطی $= a_n = an + b$

$\begin{cases} 4a + b = 7 \\ 9a + b = 22 \end{cases}$ $t_3 = ?$ $\longrightarrow \begin{cases} -4a - b = -7 \\ 9a + b = 22 \end{cases}$

$\frac{5a}{5} = \frac{15}{5} \Rightarrow \boxed{a = 3}$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}} 9(3) + b = 22 \Rightarrow b = 22 - 27 = -5$

$t_n = 3n - 5 \Longrightarrow t_3 = 3(3) - 5 = 4 \Rightarrow \boxed{t_3 = 4}$

---

۶) الف) $t_n = n^2 - 6n + 2$ تابع درجه دوم مینیمم دارد

→ باید راس آن را بدست بیاوریم.

$\frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$ $\xrightarrow{\text{جمله مینیمم دنباله}}$ $9 - 6(3) + 2 =$

$9 - 18 + 2 = \textcircled{7}$ → کمترین جمله دنباله

ب) $t_n = n^2 + 4n + 1 \Longrightarrow \frac{-b}{2a} = -\frac{4}{2} = \boxed{-2}$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $4 - 8 + 1 = \boxed{-3}$ → کمترین جمله دنباله

۷) $t_n = an^2+bn+c$ فرم (جمله عمومی دنباله درجه ۲)

① $t_n = -4, -7, -8, -7, -4, \ldots$

$-5 \quad -3 \quad -1 \quad +1 \quad +3$

$+2 \quad +2 \quad +2 \quad +2$ → $a=1$

$t_{10} = ?$

$t_n = n^2+bn+1 \Rightarrow -4 = 1+b+1 \Rightarrow b=-6 \Rightarrow t_n = n^2-6n+1 \Rightarrow t_{10} = (10)^2 - 6(10)+1 = 100-60+1 = 41 \Rightarrow t_{10}=41$

---

۸) $t_n = (-7), -6, -1, 8, 21, \ldots$ → دنباله درجه ۲ است $\Rightarrow t_n = an^2+bn+c$

$+1 \quad +5 \quad +9 \quad +13$

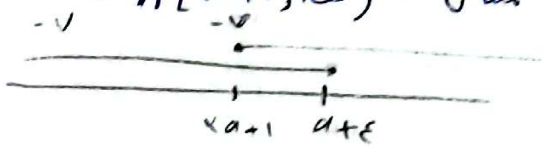
$+4 \quad +4 \quad +4$

$\frac{d}{2}$ ، جمله صفرم

$t_n = 2n^2+bn-7 \Rightarrow -6 = 2(1)^2+b-7 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow t_n = 2n^2-1n-7 \Leftarrow$ جمله عمومی

---

۹) $(-\infty, a+4] \cap [2a+1, +\infty) =$ ناتهی حدود a = ? $(-\infty, 3]$



$2a+1 \le a+4$

$2a-a \le 3 \qquad a \le 3$

---

۱۰)

الف) $\left[\frac{100}{3}\right] = 33$ ($33.\overline{3}$)

ب) $\left[\frac{100}{5}\right] = 20$

ج) $\left[\frac{100}{15}\right] = 6$ (6.66)

د) $\left[\frac{100}{3}\right] + \left[\frac{100}{5}\right] = 33+20 = 53$